

Αγαπητοί μαθητές μου

Επειδή μπορεί να βαριέστε τώρα που μένετε πολλές ώρες στο σπίτι σας (ελπίζω) ασχοληθείτε με αυτές τις ασκήσεις για εξάσκηση. Σε κάποιους τις έδωσα την Τρίτη στο μάθημα. Να είστε καλά και να προσέχετε.

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ

1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + 4(\lambda - 1) = 0$, με $\lambda \in \mathbb{R}$.
 - α) Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
 - β) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης, βρείτε το λ ώστε να ισχύει : $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$
2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2(\lambda - 1)x + \lambda^2 - 3 = 0$, με $\lambda \in \mathbb{R}$.
 - α) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες.
 - β) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης βρείτε το λ ώστε $x_1^2 + x_2^2 = 20$
3. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda + 2)x^2 - 2(\lambda - 1)x + \lambda^2 - 1 = 0$, με $\lambda \in \mathbb{R}$.
 - α) Να δείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση έχει δυο ρίζες άνισες.
 - β) Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
4. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda + 2)x^2 + 2\lambda x + \lambda - 1 = 0$, με $\lambda \neq -2$.
 - α) Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η εξίσωση να έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες.
 - β) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης, βρείτε το λ ώστε $x_1 \cdot x_2 = -3$
5. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2x - \lambda^2 + 1 = 0$
 - α) Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
 - β) Να βρείτε το λ ώστε οι ρίζες να είναι ετερόσημες.
 - γ) Να λυθεί η εξίσωση αν γνωρίζουμε οι ρίζες είναι δυο αντίστροφοι αριθμοί.
6. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + \lambda^2 - 1 = 0$, με $\lambda \in \mathbb{R}$.
 - α) Να δείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση έχει δυο ρίζες άνισες.
 - β) Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
 - γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού λ , οι δυο άνισες ρίζες της εξίσωσης ανήκουν στο διάστημα $(-2, 4)$
7. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2\alpha + 3)x + 1 = 0$, με $\alpha \in \mathbb{R}$.
 - α) Να βρείτε τις τιμές του α ώστε η εξίσωση έχει δυο ρίζες.
 - β) Να βρείτε το α ώστε η ανίσωση $x^2 - (2\alpha + 3)x + 1 > 0$ να ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
8. α) Να εξηγήσετε γιατί η εξίσωση $x^2 + x - \alpha^2 - 3\alpha - 2 = 0$ έχει δυο ρίζες για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$.

β) Αν γνωρίζετε ότι $\alpha > 0$, βρείτε την τιμή του α ώστε η ανίσωση $x^2 + x - \alpha^2 - 3\alpha - 2 \leq 0$ να ισχύει για $x \in [-3, \alpha+1]$

9. Δίνεται η εξίσωση $(\alpha - 1)x^2 - (3\alpha - 2)x + \alpha - 1 = 0$, $\alpha \neq 1$.

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα και να την παραγοντοποιήσετε.

β) Βρείτε την τιμή του α ώστε η εξίσωση να έχει :

i) δυο ίσες ρίζες ii) δυο άνισες θετικές ρίζες iii) καμία ρίζα

10. Δίνονται οι ανισώσεις $x^2 - 2x - 3 < 0$ και $2 < |x| < 3$

α) Να τις λύσετε και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις

β) Να βρείτε το πρόσημο της παράστασης $(\frac{3001}{1000})^2 - 2(\frac{3001}{1000}) - 3 < 0$. Αιτιολογήστε.

γ) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 < 2|x| + 3$

δ) Να λύσετε την ανίσωση $(x + 1)^2 > 2|x + 1| + 3$

**ΚΑΛΗ
ΠΡΟΣΠΑΘΕΙΑ!** Ε. ΖΑΜΑΝΗ