

Αγαπητοί μαθητές μου

Επειδή τώρα μένετε πολλές ώρες στο σπίτι (ελπίζω) ασχοληθείτε με αυτή την άσκηση για εξάσκηση.

Επαναληπτική άσκηση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, δυο φορές παραγωγίσιμη για την οποία ισχύει :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x) - \eta\mu x}{e^{x^2} - 1} = 1.$$

Θεωρούμε επίσης τη συνάρτηση $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με

$$g(x) = x^2 + x - 2 - f(2)\ln(x) \text{ για την οποία ισχύει } g(x) \geq 0 \text{ για κάθε } x > 0.$$

- i. Να δείξετε ότι $f(2)=3$
- ii. Να εξετάσετε τη μονοτονία της g
- iii. Να βρείτε το σύνολο τιμών της g
- iv. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο που αυτή τέμνει τον y
- v. Να αποδείξετε ότι υπάρχει $x_1 \in (0, 2)$ τέτοιο ώστε $f'(x_1) = 0$
- vi. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f(x) - 2x = (1-x)f'(x)$ έχει μια τουλάχιστον λύση στο $(0, 1)$
- vii. Αν επιπλέον ισχύει ότι $f'(x) < 3$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ να αποδείξετε ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον $\xi \in (-2, 4)$ τέτοιο ώστε $3f(\xi) = 7\xi - 1$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ! E. ZAMANH